

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1515

基于显式时间积分的球颗粒 DDA 计算方法

赵 强^{1,2}, 焦玉勇³, 张秀丽^{1,2}, 谢壁婷^{1,2}, 王 龙⁴, 黄刚海⁵

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074; 4. 国家电网山东省电力公司经济技术研究院, 山东 济南 250021;
5. 湖南科技大学 土木工程学院, 湖南 湘潭 411201)

摘 要: 非连续变形分析方法(DDA)是一种平行于有限元法的新型数值计算方法,该方法基于最小势能原理,把每个离散块体的变形、运动和块体之间的接触统一到平衡方程中进行隐式求解。然而,传统 DDA 方法在计算过程中需组装整体刚度矩阵并联合求解方程组,在用于大型岩土工程问题的三维数值模拟时占用内存较大、耗时较长、计算效率极低。因此,提出一种基于显式时间积分的三维球颗粒 DDA 方法。该方法在求解过程中不需要组装整体刚度矩阵,在求解加速度时,由于质量矩阵为对角矩阵,可存储为一维向量占用内存较少,且可分块逐自由度求解,效率较高,在接触判断上采用最大位移准则简化了接触算法,采用较小的时步,保证了计算的精确性;通过几个典型算例验证了该方法的准确性及计算效率。

关 键 词: 非连续变形分析; 显式时间积分; 质量矩阵; 最大位移准则; 岩土工程

中图分类号: O 242

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2019)11-4515-08

Explicit time integration based spherical DDA calculation method

ZHAO Qiang^{1,2}, JIAO Yu-yong³, ZHANG Xiu-li^{1,2}, XIE Bi-ting^{1,2},
WANG Long⁴, HUANG Gang-hai⁵

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. Engineering School, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China;
4. State Grid Electric Power Company Economic and Technological Research Institute of Shandong, Jinan, Shandong 250021, China;
5. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China)

Abstract: Discontinuous deformation analysis (DDA) is a new numerical method parallel to the finite element method. Based on the principle of minimum potential energy, the method unifies the deformation, motion and contact of each discrete block into the equilibrium equation for implicit solution. However, the traditional DDA method requires assembling the whole stiffness matrix to solve the equations in parallel, which occupies a large amount of memory, takes a long time and has a very low computational efficiency in the three-dimensional numerical simulation of large geotechnical engineering problems. Therefore, a three-dimensional spherical DDA method based on explicit time integration is proposed. This method does not require assembling the whole stiffness matrix. Because of the mass matrix is diagonal matrix, it can be stored as a one-dimensional vector with less memory, and can be solved block by block with higher efficiency in the acceleration solving process. The maximum displacement criterion is used to simplify the contact algorithm in the contact judgment, and the smaller time step ensures the accuracy of calculation. Finally, the accuracy and efficiency of the method are verified by several classical examples.

Keywords: discontinuous deformation; explicit time integration; mass matrix; maximum displacement criterion; geotechnical engineering

1 引 言

为了模拟节理岩体大变形、大位移破坏过程,

Shi^[1]首次提出了非连续变形分析方法(discontinuous deformation analysis, 简称 DDA)。该方法能够模拟岩体的非连续性,自提出以来,受到国内外学者的

收稿日期: 2018-08-20

基金项目: 国家重点基金项(No. 41731284); 国家自然科学基金面上资助项目(No. 11672360)。

This work was supported by the Key Program for National Natural Science Foundation of China (41731284) and the National Natural Science Foundation of China General Program (11672360).

第一作者简介: 赵强,男,1990年生,博士研究生,主要从事岩土力学领域中数值计算方法的研究。E-mail: zhaoqiang_dda@qq.com

通讯作者: 焦玉勇,男,1968年生,博士,教授,博士生导师,主要从事岩土力学领域中数值计算方法的研究。E-mail: ddarf@qq.com

推崇^[2]。

目前, DDA 已经取得了长足的发展与应用。焦玉勇等^[3]在 DDA 方法中引入黏结算法和虚拟节理, 可模拟节理岩体裂纹萌生、扩展、贯通、直至岩体崩塌破坏的全过程。邬爱清等^[4-5]利用二维非连续变形分析 (DDA) 法模拟得出千将坪滑坡启动的识别方法以及清江水布垭地下厂房在复杂地质条件下变形特征。甯允军等^[6]利用非连续变形分析 (DDA) 法模拟再现了岩石爆破过程中的炮孔扩张、岩体破坏、块体抛掷和爆堆形成过程。鞠杨等^[7]将其应用于地下矿山开采中应力分布与变形的模拟。可以看出, 目前多局限于二维 DDA 的研究及应用, 而三维 DDA 由于接触复杂、计算耗时等问题, 尚处于起步阶段^[8], 为了突破该瓶颈, 简化接触并提高 DDA 计算效率成为国内外学者急需解决的课题。

在简化三维 DDA 接触方面, Huang 等^[9]提出了球单元 DDA 方法, Wang 等^[10]在此基础上, 将开闭迭代接触算法改进, 加快了接触搜索、判断。在提高 DDA 计算效率方面, Qu 等^[11]在数值流形法 (NMM) 中采用显式时间积分方法求解, 并验证了准确性和实效性; 徐栋栋等^[12]在二维 DDA 中采用了显式时间积分法, 并取得了良好的结果; 而在三维 DDA 中显式方法研究较少。Mikola 等^[13]在三维 DDA 中采用了显式积分方法并取得了准确验证, 但限于三维 DDA 在块体切割和接触判断处理方面的诸多难题, 很难进一步得到推广应用。

借鉴了离散元^[14-18]思想, 本文尝试将显式时间积分方法用于三维球颗粒 DDA 中, 推导了质量矩阵, 引入中心差分方法, 用最大位移增量法替换了原 DDA 开闭迭代准则, 并编写相应的显式程序, 最后通过 4 个算例试算了该程序。

2 球颗粒 DDA 基本理论

为了简化传统三维 DDA 块体接触复杂问题, 球单元 DDA 是建立在传统块体 DDA 基础之上, 将块体单元简化成刚性球, 采用隐式积分方法求解线性方程组的一种非连续数值计算方法^[19]。

对球单元选取 6 个具有明显物理意义的参数作为求解未知量:

$$\{D\} = \{d_x \ d_y \ d_z \ r_x \ r_y \ r_z\}^T \quad (1)$$

式中: $(d_x \ d_y \ d_z)$ 为球心的刚体位移; $(r_x \ r_y \ r_z)$ 为球体绕其球心的转角。

一般情况下, 刚性球体任意一点的总位移为

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = [T]\{D\} \quad (2)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_c & -(y - y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(z - z_c) & 0 & x - x_c \\ 0 & 0 & 1 & y - y_c & -(x - x_c) & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $[T]$ 为形函数矩阵; (x_c, y_c, z_c) 为球心坐标。

根据最小势能原理可以得到球单元系统的总体平衡方程组:

$$[K][D] = [F] \quad (4)$$

式中: $[K]$ 为系统总体刚度矩阵; $[F]$ 为系统广义力列向量。

各个球单元之间是相互联系的, 并靠球体之间的相互接触以及对单一球体自身的运动约束形成一个完整的求解系统。对于含有 n 个球单元的球体系统, 式 (4) 的具体形式为

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] & L & [K_{1n}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] & L & [K_{2n}] \\ M & M & O & M \\ [K_{n1}] & [K_{n2}] & L & [K_{nn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [D_1] \\ [D_2] \\ M \\ [D_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [F_1] \\ [F_2] \\ M \\ [F_n] \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $[K_{ij}]$ ($i, j = 1, 2, L, n$) 为 6×6 刚度子矩阵; $[K_{ii}]$ 与球单元 i 的属性有关; $[K_{ij}]$ ($i \neq j$) 与球单元 i 和球单元 j 的相互接触有关; $[D_i]$ 为球单元 i 的坐标增量未知量, 它为 6×1 的子矩阵, 假设 $[D_i] = [d_{i1} \ d_{i2} \ d_{i3} \ r_{i1} \ r_{i2} \ r_{i3}]^T$; $[F_i]$ 为 6×1 的球单元 i 的广义力子矩阵, 假设 $[F_i] = [f_{i1} \ f_{i2} \ f_{i3} \ f_{i4} \ f_{i5} \ f_{i6}]^T$ 。

3 显式球颗粒 DDA 计算方法

DDA 的运动方程可表示为

$$M\ddot{\mathbf{B}}_t + C\dot{\mathbf{B}}_t + K\mathbf{D}_t = \mathbf{F}_t \quad (6)$$

式中: $\ddot{\mathbf{B}}_t$ 、 $\dot{\mathbf{B}}_t$ 、 $\mathbf{D}_t$ 分别为系统的块体加速度向量; 速度向量和位移向量; M 、 C 、 K 、 $\mathbf{F}_t$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵、荷载向量。

对上式选用中心差分法进行时间积分, 具体方法如下:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\mathbf{B}}_{t+\frac{1}{2}} &= \ddot{\mathbf{B}}_{t-\frac{1}{2}} + h\ddot{\mathbf{B}}_t \\ \dot{\mathbf{B}}_{t+1} &= \dot{\mathbf{B}}_{t+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2}\ddot{\mathbf{B}}_t \\ \mathbf{D}_{t+1} &= \mathbf{D}_t + h\dot{\mathbf{B}}_{t+\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{D}_t$ 、 $\mathbf{D}_{t+1}$ 分别为第 t 和第 $t+1$ 时刻的位移。

已知 $t=0$ 时的初始条件为 $\mathcal{B}_0=0$; $D_0=0$, 代入下式

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{B}_1 &= \mathcal{B}_0 + \frac{h}{2} \dot{\mathcal{B}}_0 \\ D_1 &= D_0 + h \dot{\mathcal{B}}_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

并代入式 (1) 整理可得基于广义牛顿第二定律的运动方程:

$$M \ddot{\mathcal{B}}_i = \dot{F}^c \quad (9)$$

其中:

$$\dot{F}^c = F + F_D + F_I \quad (10)$$

式中: $\dot{F}^c$ 为相邻单元作用力; F 为外部荷载项; F_D 为阻尼项; F_I 为内力项。

显式积分方法不需要联立方程组, 可逐个自由度求解, 然而却是有条件稳定的积分方法, 当时间步长足够小, 小于临界步长时可认为是稳定的, 结果是可以被接受的。临界步长没有理论上的解, 只能通过大量的数值试验来确定具体问题的步长大小, 当两个相邻步长的结果相近时, 可认为该步长是可行的^[20]。时间步长的大小决定了计算的精度和求解效率, 本文不做详细研究。

3.1 质量矩阵

借鉴有限元法的经验, 采用单元质量矩阵组装成整体质量矩阵方法, 其组合方法及位移插值函数和刚度矩阵组成是一致的。单元质量矩阵 M^e 可表示为

$$M^e = \rho \iiint [T_i(x, y, z)]^T [T_i(x, y, z)] dx dy dz = \rho \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\pi R_i^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3}\pi R_i^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}\pi R_i^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8}{15}\pi R_i^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{15}\pi R_i^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{15}\pi R_i^5 \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中:

$$[T_i(x, y, z)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_c & -(y - y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(z - z_c) & 0 & x - x_c \\ 0 & 0 & 1 & y - y_c & -(x - x_c) & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: $[T_i(x, y, z)]$ 为形函数矩阵。

显然, 由上式可知, 质量矩阵为对角矩阵, 可舍去零元素仅保留对角线上非零元素存储为一维向量, 占用内存少, 且求解方程组时不需要像隐式求解那样联立整个方程组求解, 可逐个自由度求解方程, 对于计算大规模问题时该优势将体现的更为明显。

3.2 外部荷载项

外部荷载包括点荷载、体荷载、惯性力、球球或球面之间的摩擦力、点位移约束等, 由最小势能原理可知, 对势能 Π 求偏导可得对力向量的贡献值, 具体推导可参考石根华论文研究, 体荷载、摩擦力项结果如下:

3.2.1 体荷载

考虑恒定体积力 (f_{Vx}, f_{Vy}, f_{Vz}) 作用于球 i 上, 产生的势能 Π_V 为

$$\Pi_V = -[D_i]^T V_i \begin{bmatrix} f_{Vx} \\ f_{Vy} \\ f_{Vz} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $V_i = \frac{4}{3}\pi R_i^3$, 为球 i 的体积。

对 Π_V 求偏导, 将结果加到外荷载向量 F 上, 具体如下:

$$V_i [f_{Vx} \ f_{Vy} \ f_{Vz} \ 0 \ 0 \ 0]^T \rightarrow F_i \quad (14)$$

3.2.2 摩擦力

如图 1 所示, 两个球之间存在一对接触力, 若切向接触力大于球体之间的抗剪强度时, 两球之间将出现相对滑动, 此时两球间存在一对大小相等方向相反的摩擦力作用于 P_1, P_2 点上, 摩擦力大小由两球法向接触力确定, 方向取决于球体的运动方向。

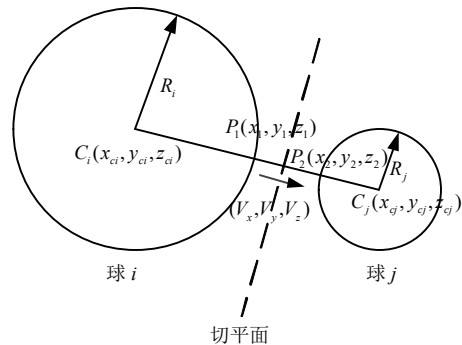


图 1 球-球接触
Fig.1 Ball-ball contacts

摩擦力 f_s 计算公式为

$$f_s = P_N d_p \tan \varphi \quad (15)$$

式中: P_N 为法向弹簧刚度; d_p 为上一时步嵌入量; φ 为球-球摩擦角。

摩擦力势能 Π_f 为

$$\Pi_f = f_s ([D_j]^T T_j(x_2, y_2, z_2)^T - [D_i]^T T_i(x_1, y_1, z_1)^T) [l \ m \ n]^T \quad (16)$$

式中: $[l \ m \ n]$ 为 $\overline{P_1 P_2}$ 在切平面投影的单位向量。对势能 Π_f 求偏导, 将结果加到外荷载向量 F 上, 具体如下:

$$\left. \begin{aligned} f_s T_i(x_1, y_1, z_1)^T [l \ m \ n]^T &\rightarrow F_i \\ -f_s T_j(x_2, y_2, z_2)^T [l \ m \ n]^T &\rightarrow F_j \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

3.3 内力项

内力项 F_i 可根据刚度矩阵 K 计算得到。逐个自由度求解方程组, 不需要组装整体刚度矩阵, 针对球单元的运动方程为

$$M^e \ddot{D}_n + C^e \dot{D}_n + K^e D_n = F^e + \dot{P}^e \quad (18)$$

式中: D_n 、 $\dot{D}_n$ 、 $\ddot{D}_n$ 分别为 n 时刻的单元位移、速度及加速度; C^e 为单元阻尼矩阵; F^e 为单元体荷载; K^e 由球单元刚度矩阵 $\hat{K}^e$ 和接触矩阵 $\hat{K}^c$ 组成, 即

$$K^e = \hat{K}^e + \hat{K}^c \quad (19)$$

因此, 内力项为

$$F_i = (\hat{K}^e + \hat{K}^c) D_n \quad (20)$$

对任意一个球单元系统, 假定球 i 和球 j 在下一时刻接触, 则球 i 和球 j 之间刚度矩阵 K_{ij} 可表示为

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{ii}^{0e} & \hat{K}_{ij}^{0c} \\ \hat{K}_{ji}^{0c} & \hat{K}_{jj}^{0e} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: $\hat{K}_{ii}^{0e}$ 、 $\hat{K}_{jj}^{0e}$ 为球单元 i 、 j 自身的单元刚度矩阵; $\hat{K}_{ij}^{0c}$ 、 $\hat{K}_{ji}^{0c}$ 为球单元 i 、 j 接触后产生的接触刚度矩阵, 由法向和切向接触弹簧定义接触力, 它是一个 6×6 的矩阵, 不接触时此项为零矩阵。接触弹簧会产生接触力子矩阵以及上文提到的摩擦力子矩阵, 需要加到荷载向量 F 里。这里对接触弹簧不做详细说明, 请参考石根华论文。

3.4 最大位移增量的接触判断准则

原 DDA 程序采用的是开闭迭代接触判断准则, 即在进行每一时步计算之前, 对块体系统所有接触

对的接触模式进行假设, 进而组装总体平衡方程并求解, 接着用求解的结果来检验接触假设是否正确, 若有错误, 修正接触假设后重新组装并再次求解。如此反复试算的过程虽然精确, 但却非常耗时, 对于球单元, 由于其接触可通过球心距离与半径之和来判定, 即点对点接触, Wang 等^[10]提出了在球颗粒 DDA 中用最大位移增量代替开闭迭代接触判断准则。该方法不用预先假设接触模式, 直接进行时步计算, 当每一时步计算的唯一增量小于所设定位移量时, 可认为是满足的, 若大于设定值时, 则将时间步长缩短三分之一, 重新计算。该方法得到算例验证, 并取得了很好的效果。

3.5 算法实现

对于显式时间积分的球颗粒 DDA 程序采用 c++ 编写, 在曙光 6000 上计算。具体流程如下:

(1) 接触搜索, 形成质量矩阵 M 、刚度矩阵 K 、阻尼矩阵 C 及力矩阵 F ;

(2) 试算确定时间步长 t , 已知初始 $t=0$ 时刻 $\dot{D}_0=0$; $D_0=0$ 代入式 (1) 中求出 $\ddot{D}_0$, 再代入式 (3) 求出 $\dot{D}_{\frac{1}{2}}$;

(3) 根据第 2 步结果代入式 (2) 求出 D_1 、 $\dot{D}_1$, 判断是否满足最大位移增量准则, 更新球的位置;

(4) 执行步骤 (1), 重新组装各个矩阵;

(5) 执行步骤 (2)、(3), 循环退出。

具体计算流程如图 2 所示。

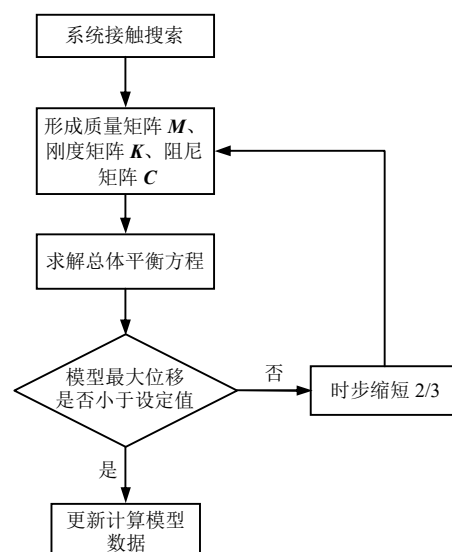


图 2 计算流程图

Fig.2 Calculation flow chart

4 算例验证

本节将通过 4 个例子来验证显式时间积分算法

的正确性，并与隐式积分作对比，分析其效率。

4.1 单球自由落体

如图 3 所示，半径 $r=0.1\text{ m}$ 的球体，在离地面高 $h=9.8\text{ m}$ 的位置做自由落体运动，球体密度为 $2\,700\text{ kg/m}^3$ ，重力加速度 g 为 9.8 m/s^2 ，时步 $t=1\times 10^{-6}$ 。模拟所得球体垂直速度与时间曲线如图 4 所示，球体位置与时间关系如图 5 所示。

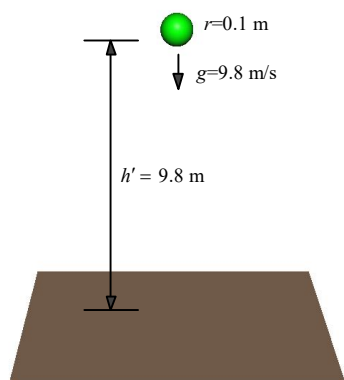


图 3 单球自由落体模型
Fig.3 Model of Single ball free falling

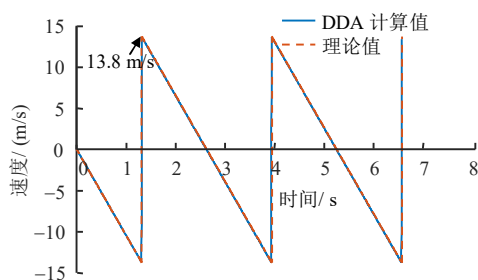


图 4 速度-时间曲线
Fig.4 Curves of speed-time

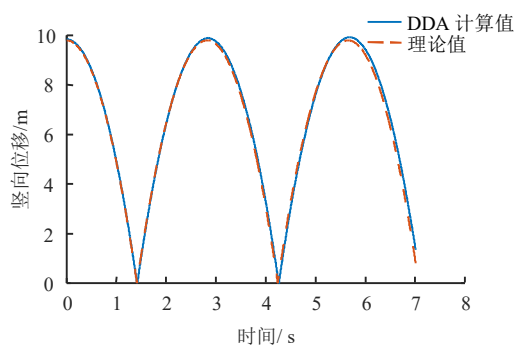


图 5 位置-时间曲线
Fig.5 Curves of position-time

不考虑空气阻力及碰撞能量损失情况下，由速度与时间曲线关系可知，小球落地速度与自由落体落地理论速度 13.8 m/s 相同，加速度为理论加速度 9.8 m/s^2 ；由小球下落位置与时间关系图可知，小球落地弹起呈抛物线型轨迹，且与理论曲线基本重合，

因此说明显式中心差分法及程序编写正确无误。

4.2 两球对心碰撞

为了进一步验证球球之间接触的正确性，本算例模拟了两个半径均为 0.5 m 的球体，球 1 以 $v=5\text{ m/s}$ 的水平初速度朝向静止的球 2 运动，两球发生对心碰撞，计算模型如图 6 所示，不考虑球与地面间摩擦，时步 $t=1\times 10^{-6}$ 。

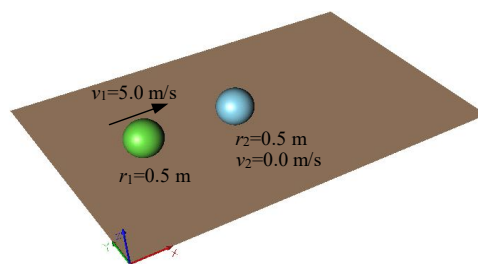


图 6 两球对心碰撞模型
Fig.6 Model of two ball midline collision

碰撞后两球体位置如图 7 所示，球 1 停在碰撞前位置不动，速度传给球 2，原静止的球 2 获得速度传递后继续向前运动；两球速度与时间关系如下图 8 所示，由计算结果可知，碰撞前后速度基本完全传递，能量和动量基本守恒，因此认为程序的接触处理是正确的。

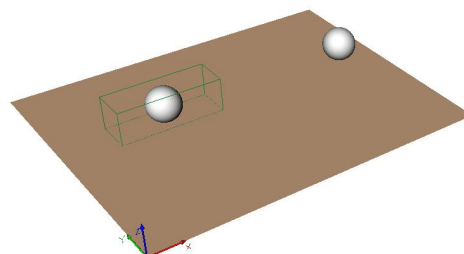


图 7 两球碰撞后的位置
Fig.7 Position of two ball after collision

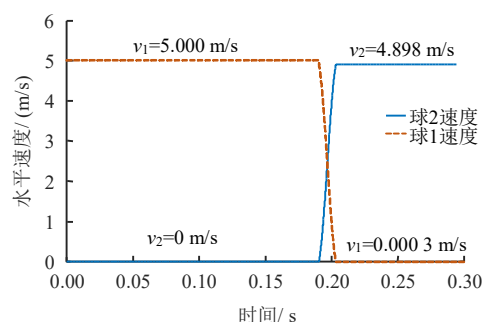


图 8 速度与时间曲线
Fig.8 Curve of speed-time

4.3 球体斜面下滑

通过小球沿固定倾角斜面下滑来进一步验证

摩擦力处理情况。如图9所示,12个小球黏结成一个整体,球体半径为0.3 m,在倾角为 30° 的斜面上自由下滑,时步 $t=1\times 10^{-6}$ 。小球下滑速度的理论值为

$$v = (\sin \theta - \cos \theta \tan \varphi)gt \quad (22)$$

式中: v 为球体下滑速度; θ 为斜面倾角(30°); φ 为球体与斜面摩擦角,分别取 0° 、 10° 、 18° 、 25° 。

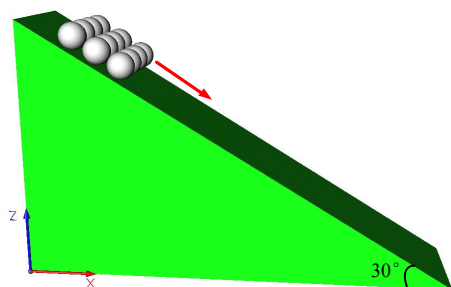


图9 球体斜面下滑模型
Fig.9 Model of ball slant slide

小球下滑后的位置如图10所示,可知球体沿着固定斜面一起下滑;小球与球面不同摩擦角间下滑速度如图11所示。由图可知,本程序计算出的结果与理论值基本吻合,摩擦力接触情况处理基本正确。

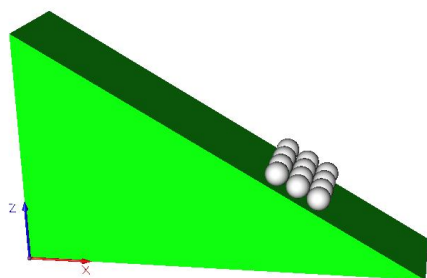


图10 球体下滑后的位置
Fig.10 Position of ball after the slide

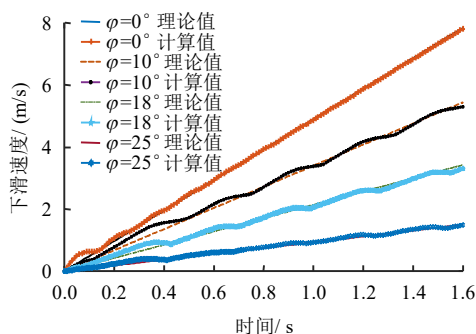


图11 速度-时间曲线
Fig.11 Curves of speed-time

4.4 一堆散体下落

为了进一步验证显式球单元 DDA 程序能够处理复杂的接触问题及显式算法的效率,本算例模拟476个散体从5 m高处自由下落现象。计算模型半径 $R=0.3$ m,如图12所示。

模型采用的力学参数:抗拉强度 $T=10$ MPa,黏聚力 $c=0$ MPa,内摩擦角 $\varphi=0^\circ$ 。时步取值为 $t=1\times 10^{-6}$ 。

由图13计算结果可知,不同时步下,球体自由下落触地,然后反弹散开,与实际散体下落情况

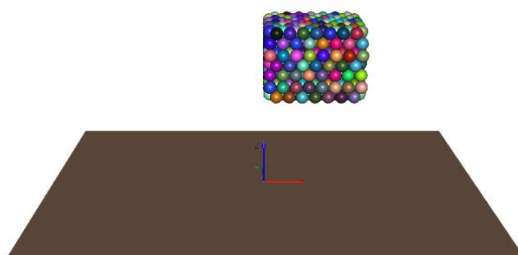
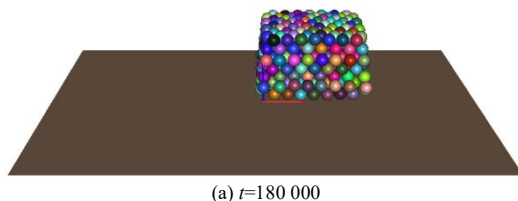
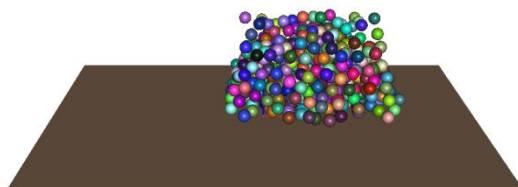


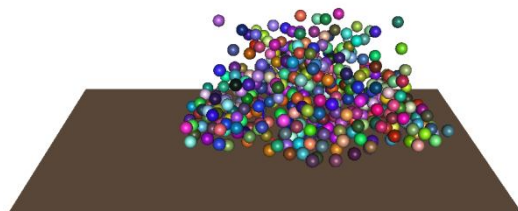
图12 散体下落模型
Fig.12 Model of loose media falling



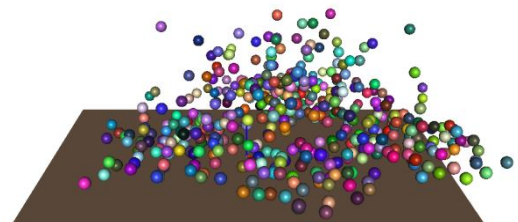
(a) $t=180\ 000$



(b) $t=210\ 000$



(c) $t=246\ 000$



(d) $t=312\ 000$

图13 散体下落结果
Fig.13 Results of loose media falling

类似, 因此, 进一步证明了该算法及程序的正确性, 同时也说明该程序可以处理一定复杂度的工程问题; 另外, 本算例计算耗时近 28 h, 而将同样算例用原三维球颗粒隐式程序计算耗时近 40 h, 因此该显式程序在效率上较大的优于原隐式程序。

5 结 论

(1) 传统隐式 DDA 求解方法需要组装整体刚度矩阵, 联立方程组求解, 是无条件稳定的, 因此较大时步是被允许的, 且在每一步计算时需要通过开闭迭代对其接触问题反复验证, 因此不仅大大地增加了计算机内存的开销, 而且求解速度极慢, 尤其是三维问题。本文采用中心差分方法, 不需要组装整体刚度矩阵, 可以逐个自由度求解, 无需联立方程组, 大大地降低了内存的开销, 计算速度有了较大的提升。

(2) 显式中心差分法是有条件稳定的, 必须通过不同时步的试算, 选取足够小的时步, 才能保证求解的稳定性和精度。

(3) 由于球颗粒单元接触较简单, 本文用最大位移增量代替了开闭迭代准则简化了接触判断, 通过自由落体运动、球体对心碰撞实例与解析解对比验证了该方法的准确性。

(4) 通过一堆球散体下落算例进一步验证了该程序能处理复杂接触问题及计算效率明显优于原球颗粒 DDA 隐式程序。

在本文提出的显式 DDA 方法中, 系数矩阵 M 是对角阵, 可以逐个自由度求解, 不需要依赖别的自由度, 因此该显式方法有利于并行算法的设计, 从而进行大规模岩土工程问题的计算。这也是笔者下一步将要尝试的云计算并行方法。另外, 本文将球单元简化为刚性球, 以后的研究中会尝试考虑球单元自身的变形问题。

参 考 文 献

- [1] SHI G H. Discontinuous deformation analysis—a new numerical model for the statics and dynamics of block systems[D]. Berkeley: University of California, 1988.
- [2] MACLAUGHLIN M M, DOOLIN D M. Review of validation of the discontinuous deformation analysis(DDA) method[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2006, 30(4): 271—305.
- [3] 焦玉勇, 张秀丽, 李廷春. 模拟节理岩体破坏全过程的 DDARF 方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- JIAO yu-yong, ZHANG xiu-li, LI yan-chun. DDARF method to simulate the whole failure process of jointed rock mass[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [4] 郭爱清, 丁秀丽, 李会中, 等. 非连续变形分析法模拟千将坪滑坡启动与滑坡全过程[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1297—1303.
- WU Ai-qing, DING Xiu-li, LI Hui-zhong, et al. Numerical simulation of startup and whole failure process of Qianjiangping landslide using discontinuous deformation analysis method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(7): 1297—1303.
- [5] 郭爱清, 丁秀丽, 陈胜宏, 等. DDA 方法在复杂地质条件下地下厂房围岩变形与破坏特征分析中的应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(1): 1—8.
- WU Ai-qing, DING Xiu-li, CHEN Sheng-hong, et al. Research on deformation and failure characteristics of an underground powerhouse with complicated geological conditions by DDA method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(1): 1—8.
- [6] 甯允军, 杨军, 陈鹏万. 节理岩体爆破的 DDA 方法模拟[J]. 岩土力学, 2010, 31(7): 2259—2263.
- NING You-jun, YANG Jun, CHEN Peng-wan. Numerical simulation of rock blasting in jointed rock mass by DDA method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(7): 2259—2263.
- [7] 鞠杨, 左建平, 宋振铎, 等. 煤矿开采中的岩层应力分布与变形移动的 DDA 模拟[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(2): 268—273.
- JU Yang, ZUO Jian-ping, SONG Zhen-duo, et al. Numerical simulation of stress distribution and displacement of rock strata of coal mines by means of DDA method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(2): 268—273.
- [8] 姜清辉. 三维非连续变形分析方法的研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2000.
- JIANG Qing-hui. Research on three dimensional discontinuous deformation analysis method[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2000.
- [9] HUANG Gang-hai, JIAO Yu-yong, WANG Long, et al. Three-dimensional spherical DDA method for modeling friction problems[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2016, 17(5): E4016016.
- [10] WANG Long, JIAO Yu-yong, HUANG Gang-hai, et al.

- Improvement of contact calculation in spherical discontinuous deformation analysis[J]. **Science China Technology Science**, 2017, 60(5): 765—771.
- [11] QU X L, FU G Y, MA G W. An explicit time integration scheme of numerical manifold method[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 2014, 48(6): 53—62.
- [12] 徐栋栋, 邬爱清. 基于显式时间积分的非连续变形分析方法[J]. **岩石力学与工程学报**, 2016(a02): 3526—3534.
- XU Dong-dong, WU Ai-qing. Discontinuous deformation analysis method based on the explicit time integration scheme[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016(a02): 3526—3534.
- [13] MIKOLA R G, SITAR N. Explicit three dimensional discontinuous deformation analysis for blocky system[C]//US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S. l.]: [s. n.], 2013.
- [14] CUNDALL P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems[C]//Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics. Rotterdam: A. A. Balkema, 1971: 11—18.
- [15] CUNDALL P A, UDEC A. Generalized distinct element program for modelling jointed rock[R]. [S. l.]: [s. n.], 1980.
- [16] CUNDALL P A. Formulation of a three-dimensional distinct element model—part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1988, 25(3): 107—116.
- [17] 刘勋楠, 赵兰浩, 毛佳, 等. 三维距离势离散单元法[J]. **岩土力学**, 2018, 39(7): 2639—2650.
- LIU Xun-nan, ZHAO Lan-hao, MAO Jia, et al. Discrete element method using three dimensional distance potential[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(7): 2639—2650.
- [18] 宿辉, 杨家琦, 胡宝文, 等. 颗粒离散元岩石模型的颗粒尺寸效应研究[J]. **岩土力学**, 2018, 39(12): 4642—4651.
- SU Hui, YANG Jia-qi, HU Bao-wen, et al. Study of particle size effect of rock model based on particle discrete element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(12): 4642—4651.
- [19] ZHAO S L. Development of three dimensional spherical discontinuous deformation analysis for granular materials[D]. Raleigh: North Carolina State University, 2000.
- [20] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 221—222.
- WANG Xu-cheng. Finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 221—222.
- 上接第 4505 页
- [27] 周文权, 冷伍明, 阮波, 等. 考虑桩土相互作用的抗滑桩临界桩间距研究[J]. **铁道科学与工程学报**, 2014, 11(3): 83—87.
- ZHOU Wen-quan, LENG Wu-ming, RUAN Bo, et al. Research of critical pile spacing of anti-slide pile considering the interaction of pile and soil[J]. **Journal of Railway Science and Engineering**, 2014, 11(3): 83—87.
- [28] 赵晓彦, 吴兵, 李登峰, 等. 考虑桩间水平土拱效应的边坡桩间墙组合结构受力计算方法[J]. **岩土工程学报**, 2016, 38(5): 811—817.
- ZHAO Xiao-yan, WU Bing, LI Deng-feng, et al. Load calculation method for retaining wall between piles considering horizontal soil arching effects[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(5): 811—817.
- [29] 胡晓军, 王建国. 边坡加固工程中抗滑桩间距的确定[J]. **河海大学学报**, 2007, 35(3): 330—333.
- HU Xiao-jun, WANG Jian-guo. Determination of anti-slide pile spacing in side slope consolidation projects[J]. **Journal of Hohai University**, 2007, 35(3): 330—333.
- [30] 刘颖, 覃仁辉, 李先光. 边坡工程中抗滑桩最大桩间距的探讨[J]. **贵州工业大学学报(自然科学版)**, 2006, 35(5): 56—60.
- LIU Ying, QIN Ren-hui, LI Xian-guang. Discussion on suitable spacing between adjacent anti-sliding piles in some cutting slope projects[J]. **Journal of Guizhou University of Technology(Natural Science Edition)**, 2006, 35(5): 56—60.
- [31] 叶代成. 抗滑桩桩间土拱效应及合理桩间距的研究[J]. **土工基础**, 2008, 22(4): 75—79.
- YE Dai-cheng. The research of the soil arching effective between anti sliding piles and suitable pile spacing[J]. **Soil Engineering and Foundation**, 2008, 22(4): 75—79.